UNIVERSITE PAUL SABATIER **Mai 2011**
Licence 2ème année physique

ELECTROMAGNETISME

EXAMEN TERMINAL

Durée : 2 h

I. Cours (4 pts)

1. Donner les équations de Maxwell en un point où les densités volumiques de charge et de courant sont ρ et $\mathbf{J}$.
2. Ecrire les conditions satisfaites par $\mathbf{E}$ et $\mathbf{B}$ à la traversée d'une surface portant des densités superficielles de charge et de courant σ et $\mathbf{J}_S$.

II. Condensateur plan en régime alternatif (8pts)

Un condensateur est constitué de deux armatures en forme de disques d'axe Oz et de rayon R espacées d'une distance e. Les fils d'alimentation électrique sont portés par Oz de sorte que le système est invariant par rotation autour de Oz.

On donne le champ électrique à basse fréquence $\mathbf{E}_0 = E_m \cos\omega t \ \mathbf{e}_z$.

1. Calculer le champ magnétique $\mathbf{B}_1$ en fonction de $d\mathbf{E}_0/dt$ en utilisant la relation de Maxwell-Ampère et les propriétés d'invariance et de symétrie.
2. Donner l'expression de l'énergie magnétique volumique due à $\mathbf{B}_1$ et de l'énergie électrique volumique due à $\mathbf{E}_0$.
3. Calculer le rapport des contributions magnétique et électrique à l'énergie électromagnétique en fonction de R, ω et de la célérité de la lumière dans le vide c.
4. Calculer le champ électrique $\mathbf{E}_2$ induit dans le condensateur par la variation de $\mathbf{B}_1$ et donner son expression en fonction de $d\mathbf{E}_0/dt$.

III. Ondes électromagnétiques (8pts)

1. On considère la superposition dans le vide de deux ondes électromagnétiques planes de même pulsation ω, de même amplitude E_m et de vecteurs d'onde respectifs $\mathbf{k}_1$ et $\mathbf{k}_2$ appartenant au plan xOz et formant avec l'axe Oz des angles θ et $-\theta$ ($0< \theta <\pi/2$). On donne les champs électriques de ces deux ondes :

$$\underline{\mathbf{E}}_1 = E_m \exp j(\mathbf{k}_1.\mathbf{r} - \omega t)\ \mathbf{e}_y$$
$$\underline{\mathbf{E}}_2 = E_m \exp j(\mathbf{k}_2.\mathbf{r} - \omega t)\ \mathbf{e}_y \, .$$

1.1. Etablir l'expression du champ électrique $\underline{\mathbf{E}}$ résultant. Quelle est son amplitude ? Quelle est sa vitesse de phase ? L'onde résultante est-elle plane ? Pourquoi ?

1.2. Déduire l'expression du champ magnétique $\underline{\mathbf{B}}$ puis celle de $\mathbf{B}$.

1.3. Donner l'expression du vecteur de Poynting $\mathbf{R}$ et calculer sa valeur moyenne $\langle\mathbf{R}\rangle_t$.

1.4. Etudier l'éclairement d'une surface perpendiculaire à $\langle\mathbf{R}\rangle_t$ et préciser le lieu des points d'éclairement nul et d'éclairement maximum.

…/…

2. Réflexion d'une onde plane sur la surface plane d'un conducteur parfait :
Un conducteur parfait occupe tout le demi-espace $z > 0$. Une onde plane de pulsation ω , de champ électrique $\mathbf{E}_1$ d'amplitude E_m , de vecteur d'onde $\mathbf{k}_1$, se propageant dans le demi-espace $z < 0$ est incidente sur le plan xOy. Le vecteur d'onde $\mathbf{k}_1$ fait avec le plan xOy un angle θ.

2.1. Démontrer, en utilisant les propriétés du conducteur parfait et des arguments de symétrie, qu'il y a une onde réfléchie plane de pulsation ω et de vecteur d'onde $\mathbf{k}_2$ appartenant au plan d'incidence et tel que $k_1 = k_2$. Quelle est l'amplitude du champ électrique de cette onde ? Quel est le déphasage de l'onde réfléchie par rapport à l'onde incidente ?

2.3. Etablir l'expression du champ électrique $\underline{\mathbf{E}}$ résultant dans le demi-espace $z < 0$ et comparer le résultat à celui que vous avez obtenu en 1.1.

2.4. Représenter sur un schéma dans le plan xOz les vecteurs $\mathbf{k}_1$et $\mathbf{k}_2$. Déterminer le lieu des points qui présentent un champ électrique stationnaire maximum et le lieu des points qui présentent un champ électrique nul dans tout l'espace $z<0$. Enoncer clairement l'équation de ces lieux géométriques.